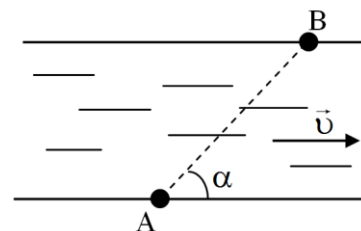


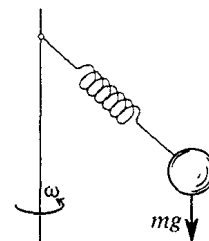
Олимпиада по физике «Юные таланты»
8 ноября 2014 г.
10 класс

Задача 1. Два катера вышли одновременно из пунктов А и В, находящихся на противоположных берегах реки, и двигаясь по прямой АВ, длина которой L . Прямая АВ образует угол α с направлением скорости течения v . Скорости движения катеров относительно воды одинаковы. На каком расстоянии от пункта В произошла встреча катеров, если они встретились через время τ после отхода от причалов.



Решение: Относительно реки оба катера движутся с одинаковыми скоростями, поэтому если бы скорость течения реки была равна нулю, то катера встретились бы на расстоянии $L/2$ от пункта В. За счет течения реки точка встречи переместится на расстояние $v\tau$ вдоль реки или на расстояние $v\tau \cos \alpha$ вдоль прямой АВ. В итоге встреча произошла на расстоянии $L/2 - v\tau \cos \alpha$ от пункта В.

Задача 2. Шарик массы m подвешен на идеальной пружине жесткости k и начальной длины L_0 над центром центробежной машины. Затем шарик начинает вращаться с угловой скоростью ω . Какой угол образует при этом пружина с вертикалью? Как угол зависит от параметров задачи?



Решение: Пусть T – сила натяжения пружины. Тогда

$$T = k(L - L_0), \quad T \cos \alpha = mg, \quad T \sin \alpha = m\omega^2 r,$$

где $r = L \sin \alpha = (L_0 + T/k) \sin \alpha$. Если $\alpha \neq 0$, получим

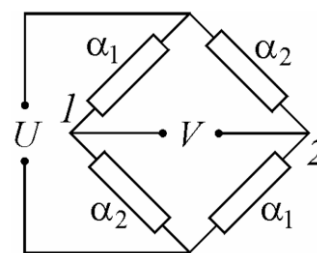
$$mg \left(1 - \frac{m\omega^2}{k} \right) = m\omega^2 L_0 \cos \alpha, \quad \cos \alpha = \frac{\Omega_1^2}{\omega^2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_2^2} \right),$$

где $\Omega_1^2 = \frac{g}{L_0}$, $\Omega_2^2 = \frac{k}{m}$. Шарик отклонится на некоторый угол, если $0 < \cos \alpha < 1$, это

неравенство накладывает ограничение на частоту вращения $\frac{\Omega_1 \Omega_2}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} < \omega < \Omega_2$. Если

$\omega < \frac{\Omega_1 \Omega_2}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}}$, то $\alpha = 0$ пружина не отклоняется, если $\omega > \Omega_2$, то $r \rightarrow \infty$ и пружина обрывается.

Задача 3. Для измерения температуры t собрана схема, состоящая из четырех резисторов, подключенная к источнику с ЭДС U и малым внутренним сопротивлением. Температурные коэффициенты сопротивления резисторов попарно равны и составляют соответственно α_1 и α_2 , а сопротивления всех резисторов при температуре 0°C одинаковы. Как зависит напряжение между точками 1 и 2 от температуры? Считать, что в диапазоне измеряемых температур $\alpha_1 t \ll 1, \alpha_2 t \ll 1$.



Решение: Напряжение между точкой 1 и нижним узлом схемы равно:

$$U_1 = \frac{R_0(1+\alpha_2 t)}{R_0(1+\alpha_1 t) + R_0(1+\alpha_2 t)} U = \frac{1+\alpha_2 t}{2+(\alpha_1+\alpha_2)t} U.$$

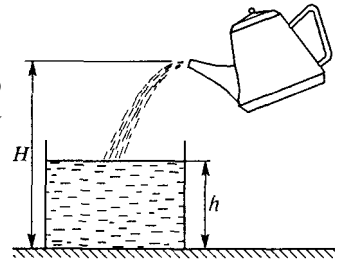
Аналогично, напряжение между точкой 2 и нижним узлом схемы составит:

$$U_2 = \frac{R_0(1+\alpha_1 t)}{R_0(1+\alpha_1 t) + R_0(1+\alpha_2 t)} U = \frac{1+\alpha_1 t}{2+(\alpha_1+\alpha_2)t} U.$$

Напряжение между точками 1 и 2 составит:

$$U_{21} = U_2 - U_1 = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)t}{2+(\alpha_1+\alpha_2)t} U \approx \frac{U}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)t.$$

Задача 4. Найти зависимость от времени силы F , действующей на дно цилиндрического стакана площади S , в которой наливают воду плотности ρ из чайника с высоты H . Известно, что каждую секунду в стакан наливают одинаковый объемы воды равный Q .



Решение: Вертикальная скорость струи на уровне воды в стакане $v = \sqrt{2g(H-h)}$. За 1 с уровень воды поднимается на величину $\Delta h = Q/S$. Сила давления на дно от падающей воды $\Delta h \rho S v$. Полная сила давления на дно равна $F = hgS\rho + \Delta h S v \rho$. Через время t после начала высота уровня воды в стакане составит $h = \Delta h t = Qt/S$. Окончательно,

$$F = Q\rho \left[gt + \sqrt{2g \left(H - \frac{Q}{S}t \right)} \right].$$

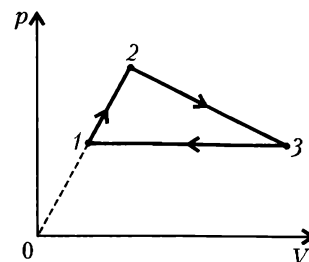
Олимпиада по физике «Юные таланты»
8 ноября 2014 г.
11 класс

Задача 1. См. задачу 1 из 10 класса.

Задача 2. См. задачу 2 из 10 класса.

Задача 3. См. задачу 3 из 10 класса.

Задача 4. На рисунке показан циклический процесс для ν молей гелия, состоящий из двух участков линейной зависимости давления p от объема V и одной изобары. Известно, что на изобаре $3-1$ над газом была совершена работа A ($A > 0$), а температура газа уменьшилась в $n = 4$ раза. Точки 2 и 3 лежат на одной изотерме. Точки 1 и 2 на диаграмме pV лежат на прямой, проходящей через начало координат. Определите температуру газа в точке 1 и работу газа за весь цикл.



Решение: Обозначим температуру гелия в точке 1 через T_1 , тогда температура гелия в точке 3 будет $T_3 = nT_1$. Работа над газом на изобаре равна

$$A = p_1(V_3 - V_1) = \nu R(T_3 - T_1) = \nu R(n-1)T_1.$$

Отсюда $T_1 = A / \nu R(n-1) = A / 3\nu R$.

Работу за цикл $A_{\text{ц}}$ будем искать через площадь треугольника 123 :

$$A_{\text{ц}} = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_3 - V_1).$$

Для изобарического процесса $V \sim T$, поэтому $V_3 - V_1 = V_1(n-1)$. Поскольку точки 1 и 2 лежат на прямой, проходящей через начало координат, то $p_2 = \frac{V_2}{V_1}p_1$. С другой стороны, точки 2 и 3

лежат на изотерме, поэтому $p_2V_2 = p_3V_3$. Учитывая, что $p_1 = p_3$, находим $p_2 = \sqrt{\frac{V_3}{V_1}}p_1 = \sqrt{n}p_1$.

Работа газа за цикл составит:

$$A_{\text{ц}} = \frac{1}{2}p_1V_1(\sqrt{n}-1)(n-1) = \frac{1}{2}\nu RT_1(\sqrt{n}-1)(n-1) = \frac{(\sqrt{n}-1)A}{2} = \frac{A}{2}.$$