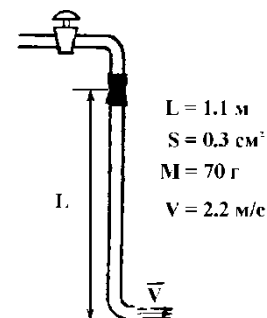


**Решения олимпиады по физике «Юные таланты», 12 ноября 2016 г.
10-11 классы**

Задача 1 (Струя воды), 10-11 классы

Стеклянная трубка длиной L , площадью поперечного сечения S и массой M прикреплена к водопроводному крану при помощи резиновой трубочки (см. рис). Нижний конец трубки загнут под прямым углом. Найдите угол отклонения стеклянной трубки от вертикали при скорости вытекания воды V , пренебрегая упругостью резиновой трубочки. Плотность воды 1000 кг/м^3 , ускорение свободного падения 9.8 м/с^2 . Остальные численные значения представлены на рисунке.



Решение

Объем воды, вытекающий за время Δt

$$\Delta V = Sv\Delta t.$$

Этот объем воды имеет импульс

$$\Delta p = \rho\Delta Vv = \rho Sv^2\Delta t.$$

Сила отдачи F , отклоняющая трубку в направлении, противоположном направлению истечения воды, может быть определена следующим образом

$$\Delta p = F\Delta t,$$

следовательно

$$F = \rho Sv^2,$$

Вес трубки с водой равен

$$Q = (M + SL\rho)g.$$

Запишем условие равенства моментов сил F и Q относительно точки O в равновесии:

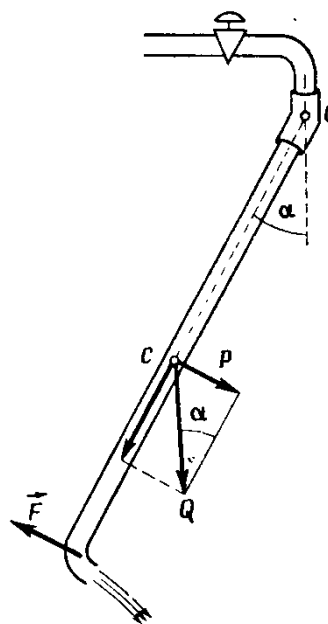
$$FL = Q \sin \alpha \frac{L}{2},$$

откуда

$$\sin \alpha = \frac{2S\rho v^2}{(M + SL\rho)g},$$

подставляя численные значения, имеем

$$\alpha \approx 16^\circ$$

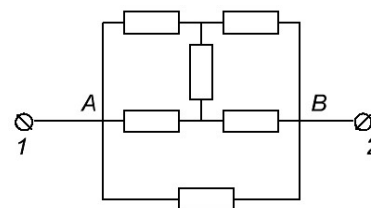


Задача 2 (Тетраэдр), 10 класс

Одинаковые резисторы сопротивлением 1 Ом каждый соединены между собой так, что образуют правильный тетраэдр. Каково эквивалентное сопротивление между двумя соседними вершинами такого многогранника?

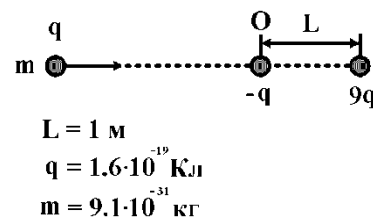
Решение

На рисунке изображена эквивалентная схема, поскольку все сопротивления одинаковы, то ток через вертикальную перемычку не течет, тогда общее сопротивление цепи составит 0,5 Ом.



Задача 2 (Заряды), 11 класс

На расстоянии L друг от друга закреплены два заряда $9q$ и $-q$ (см. рис.). Вдоль прямой, соединяющей центры этих зарядов, к ним летит частица, имеющая массу m и заряд q . Какой наименьшей скоростью должна обладать эта частица на бесконечно большом расстоянии, чтобы достигнуть точки O ? Численные значения параметров представлены на рисунке.



Решение

Отталкивание сменяется притяжением на некотором расстоянии x от точки O , когда сила, действующая на движущуюся частицу, обращается в нуль, т.е.

$$\frac{9q^2}{(x+L)^2} = \frac{q^2}{x^2}$$

отсюда находим

$$x_1 = \frac{L}{2},$$

второй корень $x_2 < 0$, т.е. после прохождения точки O

Чтобы дойти до точки O , нужна энергия

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{9q^2}{4\pi\epsilon_0(x_1+L)} - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 x_1} = \frac{4q^2}{4\pi\epsilon_0 L},$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{2q^2}{\pi\epsilon_0 mL}} \approx 45 \text{ м/с}$$

Задача 3 (Суперотскок), 10-11 классы

Два упругих шара массами m_1 и m_2 удерживают один над другим с незначительным зазором. Затем их одновременно отпускают, и они падают на землю. Каким должно быть отношение m_1/m_2 , при котором верхний шар подпрыгнул так высоко, насколько это возможно? Удары шаров друг о друга и о горизонтальную поверхность считать упругими.

Решение

Если шары начинают падать с высоты h , то они достигают земли со скоростью $v = \sqrt{2gh}$. Нижний шар первым ударяется о землю и затем сталкивается с верхним шаром, который получит самую большую возможную энергию, если нижний шар будет находиться в покое после двух столкновений.

Нижний шар ударяет о землю рикошетом со скоростью v и сталкивается с верхним шаром, перемещающимся вниз со скоростью $-v$. Уравнения выражающие законы сохранения импульса и энергии, запишем в виде:

$$(m_2 - m_1)v = m_1 u_1 + m_2 u_2$$
$$\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$$

Откуда найдём скорость верхнего шара после столкновения и отношение масс шаров:

$u_1 = \frac{3m_2 - m_1}{m_1 + m_2}v$, скорость принимает наибольшее значение, а значит и высота отскока максимальна,

при $m_2 \gg m_1$. Таким образом, верхний шар фактически сталкивается с движущейся со скоростью v ему навстречу бесконечно тяжелой стенкой. В этом случае верхний шар приобретает скорость $3v$ и подскакивает на высоту $9h$. При этом нижний шар продолжает движение вверх со скоростью v , почти не потеряв энергии.

Задача 4 (Два камня), 10-11 классы

Два школьника находятся на горизонтальной поверхности на расстоянии 10 м друг от друга и бросают камни со скоростью 10 м/с относительно земли во встречных направлениях. Первый направляют камень под углом 30° к горизонту, а второй 60° . Определите, на какое наименьшее расстояние приблизятся камни в процессе движения.

Решение

Перейдем в систему отсчета, связанную с одним из камней. В этой системе отсчета второй камень находится на расстоянии 10 м и движется со скоростью $10\sqrt{2}$ м/с под углом 15° к горизонтали. Кратчайшее расстояние соответствует перпендикуляру, опущенному из местоположения первого камня на линию, вдоль которой движется второй, и составляет $10 \sin 15^\circ \approx 2,6$ м. Это кратчайшее расстояние

между камнями достигается за время $10 \cos 15^\circ / 10\sqrt{2} \approx 0,68$ с, что не превосходит наименьшее из времен полета камней под углом к горизонту $t_1 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = 1$ с, поэтому расстояние 2,6 м достигается, когда камни находятся в воздухе.

